

# Espace de Hilbert



## En bref

- > **Langues d'enseignement:** Français
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui

## Présentation

### Description

Introduction aux notions et techniques de l'analyse hilbertienne.

### Objectifs

Présentation du cadre théorique des espaces de Hilbert.  
Application à l'étude d'espaces fonctionnels de dimension infinie.  
Application à l'analyse de Fourier.

### Heures d'enseignement

CM	Cours Magistral	12h
TD	Travaux Dirigés	13,5h
TD EFA	Travaux dirigés - Enseignement favorisant l'autonomie	1,5h

### Pré-requis obligatoires

Algèbre linéaire (L1 et L2)  
Formes quadratiques et espaces euclidiens (L2)  
Espaces métriques et espaces normés (L3)

Intégrale de Riemann (L1 et L2)  
Intégrale de Lebesgue (L3)  
Suites et séries de fonctions (L2)  
Séries de Fourier (L2)

---

## Plan du cours

**Séries de Fourier (rappels et compléments de MATH401).** Fonctions périodiques, produit scalaire, polynômes trigonométriques, séries trigonométriques, coefficients de Fourier, somme et série de Fourier, égalité de Parseval, convergence ponctuelle, convergence uniforme pour les fonctions continues et  $C^1$  par morceaux, théorème de Dirichlet, théorème de Fejér.

**Espaces pré-hilbertiens et espaces de Hilbert.** Base orthonormée, relation entre l'espace et son dual, théorème de représentation de Riesz, familles totales, sous-espaces fermés, supplémentaire orthogonal, inégalité de Bessel, égalité de Parseval, théorème de Riesz-Fischer, espaces séparables.

**Théorème de Lax-Milgram.** Exemple des équations de Sturm-Liouville.

**Applications aux séries de Fourier.** Séries de Fourier dans le cadre hilbertien.

**Transformée de Fourier sur  $L^1$ .** Dérivation, translation, transformée de Fourier inverse, espace de Schwartz, transformée de Fourier-Plancherel  $L^2$ .

---

## Compétences visées

Comprendre les outils de l'analyse hilbertienne.

Savoir utiliser le théorème de la projection pour résoudre des problèmes d'optimisation.

Reconnaître une base hilbertienne et savoir en tirer parti (polynômes orthogonaux, séries de Fourier, etc.).

## Infos pratiques

---

### Lieux

› Le Bourget-du-Lac (73)

---

### Campus

› Le Bourget-du-Lac / campus Savoie Technolac