

Structure algébrique et arithmétique



En bref

- > **Langues d'enseignement:** Français
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Oui

Présentation

Description

Cardinalités. Généralités sur les structures de groupe, anneau, corps. Application à l'arithmétique.

Objectifs

Introduire et étudier les structures de base de l'algèbre : groupes, anneaux et corps.

Appliquer ces outils à l'arithmétique.

Heures d'enseignement

CM	Cours Magistral	22,5h
TD	Travaux Dirigés	27h
CM EFA	Cours magistral - Enseignement favorisant l'autonomie	1,5h
TD EFA	Travaux dirigés - Enseignement favorisant l'autonomie	3h

Pré-requis obligatoires

Enseignements d'algèbre de première année.

Plan du cours

Cardinalité. Ensembles finis, ensembles dénombrables, théorème de Cantor, puissance du continu.

Structures algébriques et structures quotient.

Groupe. Groupes, sous-groupes, morphismes, noyau, ordre d'un élément, groupe monogène, groupe cyclique, quotient d'un groupe commutatif, indice d'un sous-groupe, théorème de Lagrange. Exemples : Groupe cyclique $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, groupe symétrique S_n (générateurs et groupes alternés A_n) et sous-groupes de $(\mathbb{R}, +)$.

Anneaux. Anneaux, sous-anneaux, morphismes, idéaux, quotient d'un anneau par un idéal, idéaux premiers et maximaux et introduction élémentaire à la structure de corps (corps et morphismes de corps).

Algèbres. Structure d'algèbre, polynômes en plusieurs indéterminées sur un corps, polynômes symétriques, séries formelles et exemples d'algèbres de fonctions venant de l'analyse.

Arithmétique des entiers & des polynômes. Quotients de $\mathbb{Z}$, divisibilité, ppcm, pgcd, éléments premiers, éléments irréductibles, les nombres premiers forment un ensemble infini, énoncé du théorème des nombres premiers (sans preuve), algorithme d'Euclide, théorème de Gauss, théorème de Bézout, théorème chinois, calcul de la fonction d'Euler, petit théorème de Fermat, équations diophantiennes, résultant.

TP : Algorithmes d'Euclide, cribles des nombres premiers. Chiffrement RSA.

Compétences visées

Manipuler des structures algébriques abstraites.

Maîtriser les outils de l'arithmétique nécessaires à la résolution d'équations diophantiennes classiques.

Infos pratiques

Lieux

➤ Le Bourget-du-Lac (73)

Campus

➤ Le Bourget-du-Lac / campus Savoie Technolac